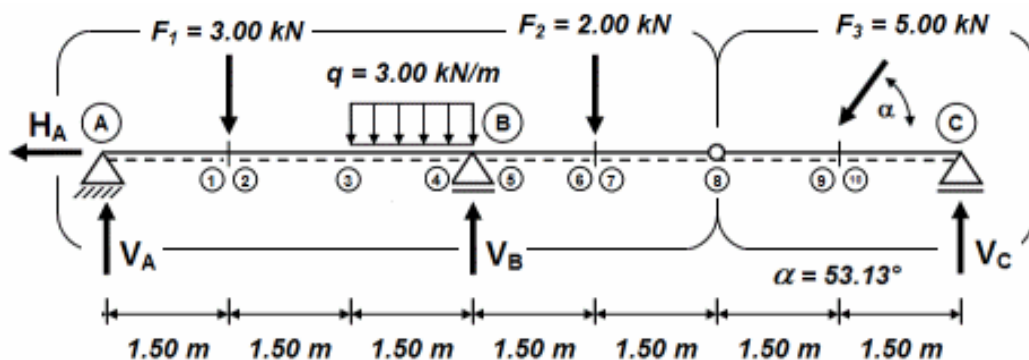


Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Auf den folgenden Seiten wird das Knotenschnittverfahren zur Berechnung statisch bestimmter Systeme am Beispiel eines Einfeldträgers veranschaulicht. Dabei gliedert sich die Berechnung in folgende Schritte:

- Zerlegung des Systems: Aufteilung des Systems in einfache Träger
- Gelenkkraft: Bestimmung der Gelenkkraft G am rechten Teilsystem
- Auflagerkräfte: Bestimmung der Auflagerreaktionen an jedem Teilsystem unter Berücksichtigung der Gelenkkraft
- Schnittkraftermittlung: Schrittweise Bestimmung der Schnittgrößen an markanten Punkten
- Schnittkraftlinien: Darstellung der Normalkraft-, Querkraft- und Momentenverläufe

System und Belastung



Auflagerkräfte

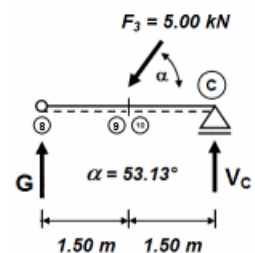
Die Zerlegung des Systems ermöglicht die Berechnung der Auflagerkräfte durch die Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen an jedem Teilsystem. Die Gleichgewichtsbedingungen am rechten Teilsystem liefern neben der Auflagerkraft am Auflager C auch die Stütz- bzw. Gelenkkraft G .

$$\sum M_B = 0 = 5,00 \text{ kN} \cdot \sin(53,13^\circ) \cdot 1,50 \text{ m} - V_C \cdot 3,00 \text{ m} \Leftrightarrow V_C = 2,00 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = 0 = G \cdot 3,00 \text{ m} - 5,00 \text{ kN} \cdot \sin(53,13^\circ) \cdot 1,50 \text{ m} \Leftrightarrow G = 2,00 \text{ kN}$$

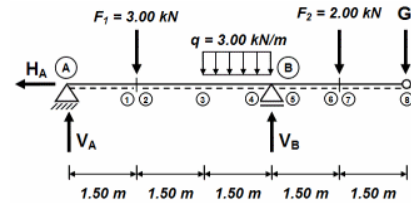
Kontrolle der vertikalen Auflagerkräfte

$$\sum V = 0 = 2,00 \text{ kN} + 2,00 \text{ kN} - 5,00 \text{ kN} \cdot \sin(53,13^\circ) \Leftrightarrow 0 = 0$$



Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Die durch die Gleichgewichtsbedingungen am rechten Teilsystem erhaltene Gelenkkraft G wird am linken Teilsystem als vertikale Auflast hinzugezogen. Die fehlenden Auflagerkräfte lassen sich durch die Gleichgewichtsbedingungen am linken Teilsystem berechnen.



$$\Sigma M_A = 0 = 3,00 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} + 3,00 \text{ kN/m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 3,75 \text{ m} - V_B \cdot 4,50 \text{ m} + 2,00 \text{ kN} \cdot 6,00 \text{ m} + 2,00 \text{ kN} \cdot 7,50 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow V_B = 10,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 = V_A \cdot 4,50 \text{ m} - 3,00 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m} - 3,00 \text{ kN/m} \cdot 1,50 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m} + 2,00 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} + 2,00 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m}$$

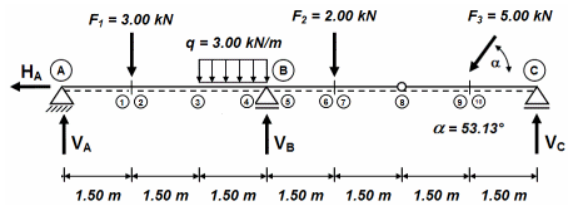
$$\Leftrightarrow V_A = 0,75 \text{ kN}$$

Kontrolle der vertikalen Auflagerkräfte

$$\Sigma V = 0 = 0,75 \text{ kN} + 10,75 \text{ kN} - 3,00 \text{ kN} - 3,00 \text{ kN/m} \cdot 1,50 \text{ m} - 2,00 \text{ kN} - 2,00 \text{ kN}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

Zur Ermittlung der horizontalen Auflagerkraft H_A wird wiederum das gesamte System betrachtet:



$$\Sigma H = 0 = H_A + 5,00 \text{ kN} \cdot \cos(53,13^\circ)$$

$$\Leftrightarrow H_A = -3,00 \text{ kN}$$

Schnittkraftermittlung

Nachdem die Auflagerkräfte eindeutig bestimmt wurden, erfolgt nun die schrittweise Ermittlung der Schnittkräfte an markanten Punkten, wie beispielsweise kurz vor und nach angreifenden Lasten.

Schnitt A – 1	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_1 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_1 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_1 - 0,75 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_1 = 0,75 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_1 - 0,75 \text{ kN/m} \cdot 1,50 \text{ m}$ $\Leftrightarrow M_1 = 1,125 \text{ kNm}$

Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Schnitt 1 – 2	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_2 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_2 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_2 + 3,00 \text{ kN} - 0,75 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_2 = -2,25 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_2 - 1,125 \text{ kNm} \Leftrightarrow M_2 = 1,125 \text{ kNm}$

Schnitt 2 – 3	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_3 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_3 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_3 - (-2,25 \text{ kN}) \Leftrightarrow Q_3 = -2,25 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_3 - 1,125 \text{ kNm} - (-2,25 \text{ kN}) * 1,50 \text{ m}$ $\Leftrightarrow M_3 = -2,25 \text{ kNm}$

Schnitt 3 – 4	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_4 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_4 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_4 + 3,00 \text{ kN/m} * 1,50 \text{ m} - (-2,25 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow Q_4 = -6,75 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_4 + 3,00 \text{ kN/m} * 1,50 \text{ m} * 0,75 \text{ m}$ $- (-2,25 \text{ kN}) * 1,50 \text{ m} - (-2,25 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow M_4 = -9,00 \text{ kNm}$

Schnitt 4 – 5	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_5 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_5 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_5 - 10,75 \text{ kN} - (-6,75 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow Q_5 = 4,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_5 - (-9,00 \text{ kNm}) \Leftrightarrow M_5 = -9,00 \text{ kNm}$

Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Schnitt 5 – 6	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_6 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_6 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_6 - 4,00 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_6 = 4,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_6 - 4,00 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} - (-9,00 \text{ kNm})$ $\Leftrightarrow M_6 = -3,00 \text{ kNm}$

Schnitt 6 – 7	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_7 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_7 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_7 + 2,00 \text{ kN} - 4,00 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_7 = 2,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_7 - (-3,00 \text{ kNm}) \Leftrightarrow M_7 = -3,00 \text{ kNm}$

Schnitt 7 – 8	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_8 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_8 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_8 - 2,00 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_8 = 2,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_8 - 2,00 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} - (-3,00 \text{ kNm})$ $\Leftrightarrow M_8 = 0,00 \text{ kNm}$

Schnitt 8 – 9	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_9 - (-3,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_9 = -3,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_9 - 2,00 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_9 = 2,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_9 - 2,00 \text{ kN} \cdot 1,50 \text{ m} - 0,00 \text{ kNm}$ $\Leftrightarrow M_9 = 3,00 \text{ kNm}$

Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Schnitt 9 – 10	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_{10} - 5,00 \text{ kN} \cdot \cos(53,13^\circ) - (-3,00 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow N_{10} = 0,00 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_{10} + 5,00 \text{ kN} \cdot \sin(53,13^\circ) - 2,00 \text{ kN}$ $\Leftrightarrow Q_{10} = -2,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_{10} - 3,00 \text{ kNm} \Leftrightarrow M_{10} = 3,00 \text{ kNm}$

Zur Kontrolle der Rechnung wird nun ein letzter Schnitt durchgeführt. Hierbei werden die Gleichgewichtsbedingungen auf ihre richtige Lösung hin untersucht.

Schnitt 10 – C	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ $\Sigma V = 0 = 2,00 \text{ kN} + (-2,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow 0 = 0$ $\Sigma M = 0 = 3,00 \text{ kNm} + (-2,00 \text{ kN}) \cdot 1,50 \text{ m} \Leftrightarrow 0 = 0$

Bemerkung

Die auf den vorangegangenen Seiten dargestellte Berechnung der Schnittgrößen wurde sehr detailliert erläutert. Die Berechnung und Darstellung der Schnittgrößen ist auch mit einer geringeren Anzahl an aufgestellten Gleichgewichtsbedingungen möglich.

Beispielsweise wurde die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma H = 0$ an den Schnittpunkten 1 bis 9 aufgestellt. Durch Betrachtung des Systems und seiner Belastung ergibt sich allerdings, dass an den genannten Punkten keine Veränderung der Normalkräfte auftreten kann! Die schräge Einzellast erzeugt eine konstante Normalkraft von Punkt 9 bis ins Auflager A.

Gelenkträger unter vertikalen und schrägen Einzellasten und einer vertikalen Streckenlast

Schnittkraftlinien

Die zuvor ermittelten Schnittgrößen werden abschließend als Schnittkraftlinien dargestellt:

